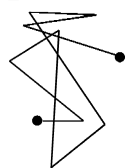


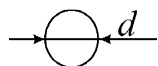
ЗІТКНЕННЯ МОЛЕКУЛ ГАЗУ

При побудові моделі ідеального газу ми вважали, що молекули є матеріальними точками, які ніяким чином не взаємодіють між собою. Насправді, рухаючись безладно, молекули час від часу наближаються одна до одної. Процеси, які при цьому відбуваються, різноманітні. Молекули можуть розпадатись на окремі атоми, тобто дисоціювати; атоми можуть іонізуватись або переходити у збуджений стан, може змінюватись напрямок руху молекули або атому. Оцей останній процес, який називається зіткненням, нас цікавить найбільше.

Отже, під зіткненням розуміють процес взаємодії між молекулами, в результаті якого вони змінюють напрямок свого руху. Його ще називають розсіюванням. Нехтувати зіткненнями молекул не можна хоча б з тої точки зору, що при зіткненні відбувається передача енергії при встановленні рівноважного стану.



Траєкторію молекули можна зобразити зигзагоподібною кривою. Кожен злам траєкторії відповідає зіткненню. Відстань, яку молекула пролітає між двома послідовними зіткненнями, називається довжиною вільного пробігу. Оскільки молекул у газі надзвичайно багато, то ні про яку регулярність зіткнень мова не йде. Розглядаючи газ у цілому, користуються середньою довжиною вільного пробігу, яку ми, як і всі інші, будемо позначати буквою λ без звичних вже для нас позначень $\langle \lambda \rangle$ або $\bar{\lambda}$.

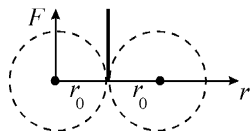


Так само різною може бути і кількість зіткнень, яких зазнає молекула за одиницю часу, тобто частота зіткнень. Через це і для кількості зіткнень потрібно вводити середнє значення.

Середня довжина вільного пробігу молекул і середня частота зіткнень пов'язані між собою і є головними кінематичними характеристиками молекулярного руху.

Для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул використаємо наступну модель. Будемо вважати молекули твердими пружними кульками діаметром d . Ці кульки не будуть притягатись, а лише відштовхуватись. У момент зіткнення, коли кульки зближуються на відстань $d = 2r_0$ між їх центрами, виникають сили відштовхування. На відстань, меншу d , вони зійтись не можуть, а на відстанях, більших d , між молекулами нічого не відбувається, тобто нехтуємо кулонівськими силами притягання.

Під час кожного зіткнення молекули обмінюються імпульсом та енергією, а між двома послідовними зіткненнями молекули рухаються рівномірно і прямолінійно.

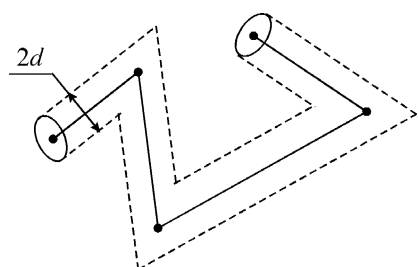


Безумовно, довжини вільного пробігу мають певний статистичний розподіл. Можна говорити про розподіл газових молекул по довжинах вільного пробігу, аналогічно розподілу Максвелла за швидкостями. Лише треба розглядати не простір швидкостей, а простір вільних пробігів. А поки що будемо мати справу із середнім значенням і спробуємо його оцінити.

Середня довжина вільного пробігу молекул (залежність від тиску)

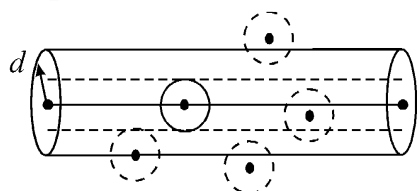
Для початку скористаємось деякими припущеннями.

1. Розглянемо молекулу, яка рухається із деякою середньою швидкістю $\bar{v}$ і при зіткненнях не змінює швидкості. Тут мається на увазі, що не змінюється абсолютне значення швидкості, оскільки напрямок руху, а отже і швидкості буде змінюватись після кожного зіткнення.
2. Будемо вважати, що рухається тільки одна молекула, за якою ми спостерігаємо, а решта – нерухомі.



Виберемо проміжок часу, рівний одній секунді (тобто будемо розглядати шлях молекули за одиницю часу). Намалюємо її траєкторію за цей час. За одиницю часу молекула пройде час, чисельно рівний її середній швидкості $\bar{v}$. Будемо вважати, що у точках відбулися зіткнення.

Оточимо молекулу сферою, радіус якої дорівнює діаметру молекули. Цю сферу називають **сферою молекулярної дії**. При переміщенні молекули між двома послідовними зіткненнями вона описує циліндр, висота якого дорівнює довжині вільного пробігу, а радіус основи дорівнює d .



Для зручності випростаємо циліндр. Висотою прямого циліндра буде шлях, пройдений за одиницю часу $\bar{v}$. На кожній ділянці, крім крайніх, ми при цьому практично не робимо похибки, оскільки внутрішня висота циліндра менше висоти по осі, а зовнішня –

більша. Абсолютна похибка набігає на краях, і становить $\sim d$, отже відносна похибка становитиме $\sim \frac{d}{\lambda}$, де λ – середня довжина вільного пробігу. Ця величина зазвичай становить $\sim 10^{-3}$, отже така процедура цілком припустима.

Об'єм утвореного зовнішнього циліндра дорівнює

$$\pi \cdot d^2 \bar{v},$$

оскільки тут d – радіус основи циліндра.

Нас цікавить кількість молекул, з якими зіткнеться наша виділена молекула за одиницю часу. Це молекули, які лежать у межах випростаного циліндра. Але у нас тепер молекули не є матеріальними точками, а мають розмір – діаметр d . Які молекули будемо вважати такими, що лежать у циліндрі? Якщо всі вони одного розміру, то молекула, що простує по осі циліндра, зачепить тільки ті молекули, центри яких лежать на відстані $\leq d$ від траєкторії руху молекули (тобто від осі циліндру). Тобто це будуть ті молекули, які більше ніж наполовину потрапляють у сферу молекулярної дії молекули.

Нехай n – кількість молекул у одиниці об'єму (концентрація). Тоді кількість молекул у циліндрі, з якими відбудуться зіткнення, дорівнює концентрації, помноженій на об'єм циліндру

$$Z = \pi \cdot d^2 \bar{v} \cdot n.$$

Середня довжина вільного пробігу визначається як відношення довжини шляху, пройденого молекулою, (у нашому випадку $\bar{v}$), до кількості зіткнень Z , що відбулися на цьому шляху

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{Z},$$

за умови, що Z – достатньо велике число. Для чого останнє уточнення? У розділі, присвяченому флуктуаціям, ми показали, що характеризувати фізичну величину її середнім значенням можна лише для великої кількості частинок N , оскільки відносна флуктуація $\delta = \frac{1}{\sqrt{N}}$.

Тоді ми отримаємо у першому наближенні

$$\lambda = \frac{1}{\pi \cdot d^2 n}.$$

Дивіться, ми отримали, що $\lambda \sim \frac{1}{n}$. Це розумний результат. Чим більшою є концентрація молекул, тим, природно, частіше вони будуть мати зіткнення одна із одною.

Ми отримали результат, що середня довжина вільного пробігу залежить від концентрації молекул. Якщо ми скористаємось основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії, то перейдемо до залежності від тиску $\lambda \sim \frac{1}{p}$.

Тепер настав час позбавлятися цих припущень. Дотепер ми вважали, що рухається лише наша молекула, а решта молекул стоїть на місці. Зараз врахуємо той факт, що всі молекули рухаються.

Давайте виділимо групу молекул, швидкості яких лежать у проміжку $v \div (v + dv)$.

Швидкість нашої молекули по відношенню до цієї групи становить $v_{відн}$. Кількість молекул у цій групі $dn_{v_{відн}}$. Тоді кількість зіткнень із молекулами цієї групи

$$dZ = \pi \cdot d^2 v_{відн} \cdot dn_{v_{відн}}.$$

Щоб отримати повну кількість зіткнень, проінтегруємо по всіх відносних швидкостях.

$$Z = \pi \cdot d^2 \int_0^{\infty} v_{відн} \cdot dn_{v_{відн}}.$$

Отримати розв'язок у неявному вигляді можна, помноживши чисельник і знаменник на концентрацію n :

$$Z = \pi \cdot d^2 n \int_0^{\infty} v_{відн} \cdot \frac{dn_{v_{відн}}}{n}$$

Що являє собою відношення $\frac{dn_{v_{відн}}}{n}$? Це імовірність потрапляння у інтервал швидкостей. А сам інтеграл дасть середню відносну швидкість

$$Z = \pi \cdot d^2 n \cdot \overline{v_{відн}}.$$

Тоді середня довжина вільного пробігу набуває вигляду

$$\lambda = \frac{\overline{v}}{Z} = \frac{\overline{v}}{\pi \cdot d^2 n \cdot \overline{v_{відн}}}.$$

Тепер, щоб знайти у явному вигляді середню довжину вільного пробігу, треба скористатись розподілом Максвелла за швидкостями

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}.$$

Відносна швидкість також буде розподілена за законом Максвелла, оскільки завжди можна пов'язати відносну швидкість молекул з абсолютною, тобто із швидкістю відносно стінок посудини. У розподілі Максвелла потрібно буде зробити певні заміни. Замість абсолютної швидкості v будемо використовувати відносну $v_{відн}$, а замість звичайної маси частинки m будемо використовувати зведену масу, яка для двох однакових частинок $m_1 = m_2 = m$ має вигляд

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m}{2}.$$

Підставою для такої заміни є те, що з погляду класичної механіки відносний рух двох молекул описується рівнянням руху фіктивної частинки зі зведеною масою μ під дією сили, з якою взаємодіють між собою ці молекули. Тоді розподіл Максвелла набуває вигляду

$$f(v_{відн}) = 4\pi \left(\frac{m}{4\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v_{відн}^2 e^{-\frac{mv_{відн}^2}{4kT}}$$

За допомогою розподілу Максвелла знайдемо середнє значення відносної швидкості :

$$\overline{v_{відн}} = \int_0^{\infty} v_{відн} f(v_{відн}) dv_{відн} = 4\pi \left(\frac{m}{4\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} v_{відн}^3 e^{-\frac{mv_{відн}^2}{4kT}} dv_{відн}.$$

Скористаємось інтегралом Пуассона вигляду

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha^2}.$$

Тоді

$$\overline{v_{відн}} = 4\pi \left(\frac{m}{4\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2 \left(\frac{m}{4kT} \right)^2} = \sqrt{\frac{16kT}{\pi m}}.$$

Вигляд для швидкості добре знайомий. Схожий на характерні швидкості максвеллівського розподілу. Можемо виразити через будь-яку характерну швидкість, але оскільки у виразі для середньої довжини вільного пробігу фігурує середня абсолютна швидкість, будемо виражати через неї. Оскільки

$$\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \bar{v},$$

середня відносна швидкість має вигляд

$$\overline{v_{відн}} = \sqrt{2} \cdot \bar{v}.$$

Підставивши це значення, отримаємо кількість зіткнень за одиницю часу

$$Z = \pi \cdot d^2 n \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{v}$$

та довжину вільного пробігу

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\pi \cdot d^2 n \cdot \sqrt{2} \cdot \bar{v}}; \quad \lambda = \frac{1}{\pi \cdot d^2 n \cdot \sqrt{2}}.$$

Отримана залежність відрізняється від попередньої лише множником $\sqrt{2}$ у знаменнику. Врахування того факту, що молекули рухаються не змінило вигляду залежності середньої довжини вільного пробігу від концентрації, а отже, і від температури.

Давайте оцінимо ці величини для повітря. При $T = 300 \text{ K}$ абсолютна середня швидкість становить $\bar{v} = 467 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Ми отримали це значення раніше, коли знаходили характерні швидкості розподілу Максвелла. Середній діаметр молекул повітря $d \approx 4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; як концентрацію візьмемо число Лошмідта – кількість молекул у 1 м^3 повітря $n = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Тоді середня кількість зіткнень, що зазнає молекула повітря за одиницю часу

$$Z = 9 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1},$$

а її середня довжина пробігу

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 0,05 \text{ мкм}.$$

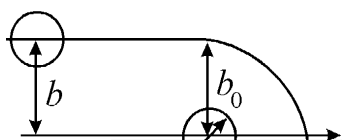
Отже, від одного припущення ми позбавились. Молекули у нас вже рухаються. І зробили ми це, перейшовши до відносного руху.

Але подивіться ще на отриману формулу. Середня довжина вільного пробігу не залежить ні від швидкості молекул, ні від температури. Вони тут не присутні навіть у завуальованій формі. А от дослід (який є критерієм істини) показав, що такі залежності існують, хоч і дуже слабкі, і пов'язана наявність таких залежностей із зменшенням радіусу сфери молекулярної дії. Така неузгодженість теорії і експерименту є наслідком використання припущень, які ми приймали, роблячи первинну оцінку.

Залежність середньої довжини вільного пробігу молекул від температури

Експеримент стверджує : довжина вільного пробігу залежить від температури. Чим вища температура, тим більша довжина вільного пробігу.

Щоб отримати відповідну залежність, позбавимось ще одного обмеження. Будемо враховувати сили притягання.



pdfMachine

A pdf writer that produces quality PDF files with ease!

Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, simply open the document you want to convert, click "print", select the "Broadgun pdfMachine printer" and that's it! Get yours now!

Розглянемо нерухому молекулу діаметром d . Проведемо вісь, що проходить через центр цієї молекули. Наша досліджувана молекула такого ж розміру летить паралельно вибраній осі на відстані b від неї. Підлітаючи до нерухомої молекули, вона потрапляє у поле сили притягання. Траєкторія її руху змінюється. Внаслідок притягання відстань між молекулами стає меншою за b . Молекула може просто пройти повз нерухому молекулу, змінивши напрямок руху. А зменшуючи b , можна отримати зіткнення. b називають параметром зіткнення. Якщо $b \leq d$, відбудеться зіткнення, оскільки на таких відстанях переважають сили відштовхування.

Отже, замість розміру молекули d^2 у формулах для середньої кількості зіткнень та середньої довжини вільного пробігу повинна фігурувати величина b_0^2 , яка залежить від сили притягання

$$\lambda = \frac{1}{\pi \cdot b_0^2 n \cdot \sqrt{2}}.$$

Оскільки є очевидним, що b_0 пов'язане із d , можна все виразити у формулах і через d .

Як на якісному рівні пояснити збільшення довжини вільного пробігу із збільшенням температури? Здавалося б із збільшенням температури збільшується швидкість молекул, і вони частіше могли б співударятись. А насправді, швидка молекула просто менше відчуває притягання, тому і зменшується кількість зіткнень. Швидка молекула буде менший час знаходитись у полі дії сили. Її імпульс $F \cdot t$ зміниться менше. А повільна молекула за більший час встигне притягтись, і імовірність зіткнення збільшиться. Ось тому із збільшенням температури збільшується довжина вільного пробігу.

Під час зіткнень молекул повинні виконуватись закони збереження імпульсу та енергії. У нашому випадку закон збереження моменту імпульсу для рухомої молекули має вигляд

$$(mv_0)b_0 = (mv)d,$$

звідки

$$b_0 v_0 = d \cdot v.$$

Піднесемо до квадрату обидві частини рівняння

$$b_0^2 v_0^2 = d^2 \cdot v^2;$$

а потім розділимо на v_0^2 :

$$b_0^2 = d^2 \cdot \frac{v^2}{v_0^2}.$$

Закон збереження енергії для рухомої молекули

$$\frac{1}{2}\mu v^2 = \frac{1}{2}\mu v_0^2 + A,$$

де μ – зведена маса (ми враховуємо рух всіх молекул), а A – робота всіх центрових сил проти молекули : відцентрових і доцентрових.

З цього рівняння знайдемо

$$v^2 = v_0^2 \left(1 + \frac{A}{\frac{1}{2}\mu v_0^2} \right)$$

і підставимо його у рівняння, яке ми отримали із закону збереження імпульсу:

$$b_0^2 = d^2 \frac{v_0^2 \left(1 + \frac{A}{\frac{1}{2}\mu v_0^2} \right)}{v_0^2} = d^2 \left(1 + \frac{A}{\frac{1}{2}\mu v_0^2} \right).$$

Скористаємось тим очевидним фактом, що кінетична енергія пропорційна температурі $\frac{1}{2}\mu v_0^2 \sim T$, і перепишемо отримане рівняння у вигляді

$$b_0^2 = d^2 \left(1 + \frac{S}{T} \right),$$

де всі залишки від енергій і робіт внесли до деякої сталої, яка має назву **сталой Сьозерленда** (Сєзерленд). Стала Сьозерленда має розмірність температури, і її числове значення визначається виключно експериментальним шляхом в залежності від речовини. Наприклад, для повітря $S = 392 \text{ K}$, а для азоту – $S = 375,7 \text{ K}$.

Підставимо цей результат у вираз для довжини вільного пробігу і отримаємо

$$\lambda = \frac{1}{\pi d^2 \left(1 + \frac{S}{T} \right) n \cdot \sqrt{2}}.$$

Фактично ми вже отримали результат, тільки давайте подивимось, як виглядатиме формула, якщо $T \rightarrow \infty$:

$$\lambda_\infty = \frac{1}{\pi d^2 n \cdot \sqrt{2}}.$$

Тоді остаточно переписемо вираз для температурної залежності середньої довжини вільного пробігу як

$$\lambda = \frac{\lambda_{\infty}}{1 + \frac{S}{T}},$$

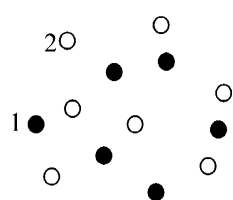
де λ_{∞} – довжина вільного пробігу молекули при нескінченно великій температурі.

Із формули бачимо, що із збільшенням температури збільшується середня довжина вільного пробігу молекул. Це відбувається за рахунок зміни величини b_0 , яку можна розглядати як деякий ефективний діаметр молекули

$$b_0 = d \sqrt{1 + \frac{S}{T}},$$

який зменшується із збільшенням температури. Відстань, на якій одна молекула відчуває іншу зменшується, отже звільняється місце для вільного пробігу.

Середня довжина вільного пробігу молекул у суміші двох газів



Все, що ми з вами сьогодні розглядали є справедливим для однорідного газу. А що буде відбуватись у суміші двох газів ?

Розглянемо суміш двох газів 1 і 2 (чорні і білі молекули на рисунку). Притяганням знехтуємо. Можна говорити про довжини вільного пробігу λ_1 і λ_2 для молекул кожного газу окремо.

Величини λ_1 і λ_2 будуть визначатись як

$$\lambda_1 = \frac{\bar{v}_1}{Z_1}; \quad \lambda_2 = \frac{\bar{v}_2}{Z_2},$$

причому ці довжини вільного пробігу не повинні бути рівними.

Молекули кожного сорту будуть зазнавати зіткнень як із молекулами свого сорту, так і з молекулами іншого сорту. Позначимо

Z_{11} – кількість зіткнень за одиницю часу молекул першого сорту між собою;

Z_{12} – кількість зіткнень за одиницю часу молекул першого сорту з молекулами другого сорту.

Відповідно

Z_{22} – кількість зіткнень за одиницю часу молекул другого сорту між собою;

Z_{21} – кількість зіткнень за одиницю часу молекул другого сорту з молекулами першого сорту.

Тоді кількість зіткнень для кожного сорту молекул

$$Z_1 = Z_{11} + Z_{12}; \quad Z_2 = Z_{22} + Z_{21}.$$

Повернемося до кількості зіткнень

$$Z = \pi \cdot d^2 n \cdot \overline{v_{\text{відн}}}$$

і модифікуємо її під наш випадок. У цій формулі d – відстань між центрами молекул. Для зіткнень між собою $d = r_1 + r_1 = 2r_1$, для зіткнень з іншими молекулами $d = r_1 + r_2$, де r_1 і r_2 – радіуси молекул обох сортів. Крім того, відносна швидкість для молекул одного сорту

$$\overline{v_{\text{відн}}} = \sqrt{2} \cdot \bar{v},$$

де $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, а для молекул різного сорту

$$\overline{v_{\text{відн}}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \mu}},$$

де $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, причому $m_1 \neq m_2$. Тоді середню відносну швидкість можна переписати як

$$\overline{v_{\text{відн}}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} = \bar{v}_1 \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}} = \bar{v}_2 \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}}.$$

Тепер можна записати кількість зіткнень за одиницю часу для молекул кожного сорту

$$Z_1 = \pi \cdot (2r_1)^2 n_1 \sqrt{2} \cdot \bar{v}_1 + \pi \cdot (r_1 + r_2)^2 n_2 \cdot \bar{v}_1 \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}};$$

$$Z_2 = \pi \cdot (2r_2)^2 n_2 \sqrt{2} \cdot \bar{v}_2 + \pi \cdot (r_1 + r_2)^2 n_1 \cdot \bar{v}_2 \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}}.$$

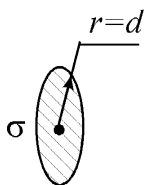
Другий доданок пов'язаний із зіткненнями молекул іншого сорту, але ми беремо середню швидкість того типу, для якого рахується кількість зіткнень, оскільки висоту циліндра визначає саме вона. Тоді довжини вільного пробігу для молекул кожного сорту

$$\lambda_1 = \frac{1}{4\pi \cdot r_1^2 \sqrt{2} \cdot n_1 + \pi \cdot (r_1 + r_2)^2 n_2 \sqrt{1 + \frac{m_1}{m_2}}};$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{4\pi \cdot r_2^2 \sqrt{2} \cdot n_2 + \pi \cdot (r_1 + r_2)^2 n_1 \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}}}.$$

Отже, ми отримали довжини вільного пробігу для компонент суміші двох газів. Для трьох будемо виводити ?

Ефективний газокінетичний переріз молекул



Розглянемо молекулу, що рухається. Вона проходить поблизу іншої молекули. Вимога нерухомості іншої молекули зовсім не є обов'язковою, оскільки ми завжди можемо перейти до відносного руху, додавши множник $\sqrt{2}$ до кількості зіткнень та довжини вільного пробігу.

Оточимо молекулу сферою радіусу $r = d$ (d – діаметр молекули). Площа діаметрального перерізу сфери із радіусом, рівним діаметру молекули, який лежить у площі, перпендикулярній напрямку руху молекули, називається ефективним газокінетичним перерізом молекул, або перерізом зіткнень і зазвичай позначається грецькою літерою σ .

Вважається, що зіткнення відбулось, якщо молекула торкнулась перерізу, тобто знаходиться на відстані $\leq d$ від його центру.

Площа перерізу зіткнень визначається як

$$\sigma = \pi d^2$$

у випадку руху виділеної молекули відносно нерухомих молекул, і

$$\sigma = \sqrt{2} \pi d^2$$

у випадку зняття обмеження нерухомості і переходу до відносного руху.

Це справедливо для однорідного газу. Якщо ж молекули одного газу розсіюються на молекулах іншого, вираз для перерізу зіткнень має вигляд

$$\sigma = \sqrt{2} \pi (r_1 + r_2)^2,$$

де r_1 і r_2 – радіуси молекул обох сортів.

Тоді середню довжину вільного пробігу можна записати через переріз зіткнень як

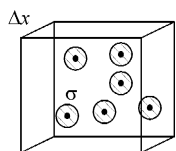
$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{1}{\sigma n}.$$

Зв'язок довжини вільного пробігу і перерізу зіткнень не залежить ні від наявності відносності руху, ні від неоднорідності газу, завжди виглядає так. Всі особливості містяться у перерізі зіткнення.

Переріз зіткнень – це мікроскопічна характеристика. Вона відноситься до окремої молекули. Також вводять величину

$$\sigma n = Q.$$

Це **макроскопічний переріз зіткнень**. З одного боку це сумарний переріз усіх молекул у одиниці об'єму, а з іншого – кількість зіткнень молекули за одиницю часу на шляху одиничної довжини.



Поняття перерізу зіткнення можна вводити і з імовірнісної точки зору. Виділимо у просторі паралелепіпед з бічну гранню одиничної площі і товщиною Δx . У ньому містяться молекули із концентрацією n . Оточимо кожну з них кругами площею σ .

Перерізи зіткнень не повинні перетинатись. Їх сумарна площа дорівнює

$$\Delta S = \sigma n \underbrace{\Delta x \cdot 1 \text{ cm}^2}_V$$

добутку площі перерізу на кількість молекул у об'ємі, а кількість молекул – добутку концентрації на об'єм паралелепіпеда.

Пустимо молекули вздовж ребра довжиною Δx . Імовірність зіткнення молекул визначається як відношення загальної площі перерізів зіткнення до площі передньої грані вибраного паралелепіпеда (у нашому випадку 1 cm^2):

$$\Delta W = \frac{\Delta S}{1 \text{ cm}^2}.$$

У нашому випадку

$$\Delta W = \sigma n \Delta x.$$

Якщо покласти $\Delta x = \lambda$, то імовірність $\Delta W = \sigma n \lambda = 1$. Це очевидно, оскільки на довжині вільного пробігу буде хоча б одне зіткнення на початку або в кінці пробігу. Тоді середня величина вільного пробігу

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n}.$$

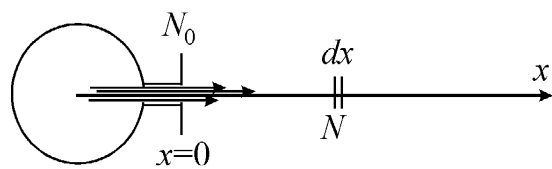
Якщо ж $\Delta x = 1$, то $\Delta W = \sigma n = \frac{1}{\lambda}$. Величина $\frac{1}{\lambda}$ називається коефіцієнтом розсіювання. Якщо зіткнення не відбуваються, тобто $\lambda \rightarrow \infty$, то імовірність зіткнення $\Delta W = \frac{1}{\lambda} = 0$. У такому випадку немає і розсіювання.

Треба зробити ще одне зауваження. Розділ називається “Ефективний газокінетичний переріз молекул”. Ми розглядаємо модельні уявлення. Газ у нас ідеальний. У нас накладені певні обмеження на процес зіткнення. А насправді, в реальних умовах відбуваються більш складні процеси. Поняттям ефективного перерізу користуються також при поглинанні, дисоціації, іонізації.

Наприклад, особливості іонізації. Щоб відбулась іонізація, необхідно, щоб атом вибив з іншого електрон. Чим ближче атом пройде від центру іншого, тим більша імовірність іонізації $W_i = \frac{N_i}{N}$ (N_i – кількість іонізованих атомів, N – повна кількість атомів). Розрахунки показують, що для іонізації площа перерізу зіткнення буде суттєво меншою за розраховану газокінетичну. Переріз іонізації буде визначатись як добуток газокінетичного перерізу та імовірності іонізації $\sigma_i = W_i \sigma$.

Молекулярні пучки. Зміна кількості молекул у пучці внаслідок зіткнень з молекулами газу

Нехай маємо джерело молекулярного пучка. Нагадаю : молекулярний пучок – це вузький, різко окреслений струмінь атомів, що рухаються в одному напрямку і не взаємодіють між собою.



Молекулярний пучок рухається у газі вздовж осі x . На виході із джерела ($x=0$) кількість молекул у ньому дорівнює N_0 . Рухаючись у газі, деякі молекули зазнають зіткнень, змінюють напрямок руху, і кількість молекул у пучці зменшується. Кажуть, що зменшується інтенсивність пучка. Нашою задачею є знаходження закону зміни інтенсивності молекулярного пучка.

Введемо позначення :

N – кількість молекул, що дійшла до ділянки dx на осі x ;

dN – зміна кількості молекул у пучці на протязі ділянки dx за рахунок зіткнень, або кількість зіткнень на ділянці dx .

$\frac{dx}{\lambda}$ – кількість зіткнень, які зазнають молекули пучка на ділянці dx , тобто імовірність зіткнення на ділянці dx .

$\frac{dN}{N}$ – відносне зменшення кількості молекул при проходженні ділянки dx , або, що те ж саме, імовірність зіткнення на ділянці dx .

Оскільки дві останні відношення мають один і той же фізичний зміст, це дає нам можливість записати рівняння

$$-\frac{dN}{N} = \frac{dx}{\lambda}.$$

Знак “мінус”, оскільки кількість молекул зменшується. Проінтегрувавши

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = - \int_0^x \frac{dx}{\lambda},$$

отримаємо закон зміни інтенсивності молекулярного пучка

$$N = N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}.$$

Інтенсивність пучка зменшується з відстанню експоненціально. Якщо ми підставимо цей вираз у вихідне рівняння, буде

$$\frac{dN}{N_0} = e^{-\frac{x}{\lambda}} \frac{dx}{\lambda}.$$

Ми отримали імовірність розсіювання для молекули у проміжку $x \div (x + dx)$. Ця імовірність визначається добутком ймовірностей двох незалежних подій для молекули – не розсіятись на шляху до dx (множник $e^{-\frac{x}{\lambda}}$), та розсіятись саме на ділянці dx (множник $\frac{dx}{\lambda}$).

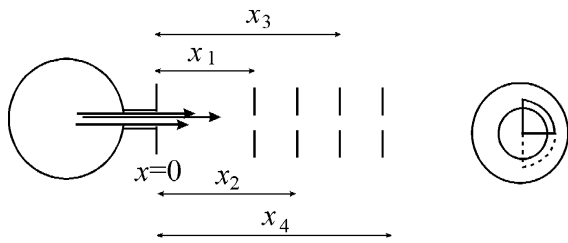
Експериментальне визначення коефіцієнтів переносу. Дослід М.Борна і Е.Борман(а)

Автоматично підвищую оцінку на бал на екзамені тому, хто визначить : Е.Борман – чоловік чи жінка. У половині підручників дослід Борна і Бормана, а у іншій половині Борна і Борман.

(Сивухин, §88, с.337-338, Кикоин, §39, с.143-144, Матвеев, §8, с.67-68)

Молекулярний пучок вилітав із джерела і проходив через систему діафрагм. У кожній діафрагмі прямокутний сектор круглого отвору був

перекритий склом. На кожній наступній діафрагмі скло було зсунуто на $\frac{\pi}{2}$. При



відомих тискові і температурі скляні частинки певний час експонували. На них накопичувався осад. Густина осаду D прямо пропорційна кількості молекул, що осіла на скло.

Тоді для кожної діафрагми можна

записати :

$$D_1 = D_0 e^{-\frac{x_1}{\lambda}} ; \quad D_2 = D_0 e^{-\frac{x_2}{\lambda}} ; \quad D_3 = D_0 e^{-\frac{x_3}{\lambda}} ; \quad D_4 = D_0 e^{-\frac{x_4}{\lambda}} .$$

Для будь-якої i – та j – діафрагми можемо записати :

$$D_i = D_0 e^{-\frac{x_i}{\lambda}} ; \quad D_j = D_0 e^{-\frac{x_j}{\lambda}} .$$

Знайдемо відношення густин осаду

$$\frac{D_i}{D_j} = e^{-\frac{x_i - x_j}{\lambda}} .$$

Прологарифмувавши

$$\ln \frac{D_i}{D_j} = -\frac{x_i - x_j}{\lambda} ,$$

знайдемо середню довжину вільного пробігу

$$\lambda = -\frac{x_i - x_j}{\ln \frac{D_i}{D_j}} .$$

Знаючи відстань між діафрагмами та визначивши густину осаду на кожному із скелець, можна знайти довжину вільного пробігу.